

# 浙江省中小学教师录用考试

## 中学数学考试说明

### I. 考试性质

浙江省中小学教师录用考试是为全省教育行政部门招聘教师而进行的选拔性考试，其目的是为教育行政部门录用教师提供智育方面的参考。各地根据考生的考试成绩，结合面试情况，按已确定的招聘计划，从教师应有的素质、文化水平、教育技能等方面进行全面考核，择优录取。因此，全省教师招聘考试应当具有较高的信度、效度、区分度和适当的难度。

### II. 考核目标与要求

根据中学录用教师的文化素质要求，本科目的考试，按照“数学素养为本”的原则，确立以考察数学素养立意命题的指导思想，既考查中学数学（初中以及高中）的教学内容，也考查高等数学中对中学数学内容有指导作用的相关知识，还考查中学数学教材教法的有关知识，将素质、知识和能力融为一体，综合检测考生对中学数学教学内容的掌握程度、对数学本质的理解水平以及进入中学从事数学教育工作的基本潜能与基本素质。

#### 一、知识要求

1. 对中学数学教学内容的考查，既要全面又要突出重点，对于支撑中学数学知识体系的重点内容，要占有较大的比例，构成数学试卷的主体，注重中学数学教学内容的内在联系和知识的综合性，从中学的整体高度和思维价值来考虑问题，使对中学数学教学内容的知识考查达到必要的深度。

2. 对高等数学中对应于中学数学教学内容相关知识的考查，要立足于相应知识点的深化，用高等数学的观点、原理和方法来认识、理解和解决中学数学未能深入解决的一些问题，体现高等数学与中学数学教学内容的紧密联系，突出对数学知识本质的理解。

3. 对中学数学教材教法知识内容的考查，侧重体现对中学数学教材教法的内容与意义、中学数学教学目的与教材内容、中学数学教学方法与基本原则、知识教学与能力培养以及中学数学教师常规教学工作的理解程度与认识程度，以此来检测考生进入中学从事数学教育工作的潜能与基本素质。

#### 二、能力要求

能力包括思维能力、运算能力、空间想象能力、分析问题与解决问题能力和创新能力。

1. 思维能力：会对问题或资料进行观察、比较、分析、综合抽象与概括并会反向思考，由果溯因；会用类比、归纳和演绎进行推理；能合乎逻辑地、准确地进行表述。

2. 运算能力：会根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理；能根据问题的条件和目标，寻找与设计合理、简捷的运算途径；能根据要求对数据进行估计和近似计算。

3. 空间想象能力：根据条件作出正确的图形，根据图形想象出直观形象；能正确地分析出图形元素及其相互关系；能对图形进行分解、组合与变换；会运用图形与图表等手段形象地揭示问题的本质。

4. 分析问题、解决问题能力：能综合应用所学数学知识、思想和方法解决问题，包括解决在相关学科、生产、生活中简单的数学问题；能理解对问题陈述的材料，并对所提供的信息资料进行归纳、整理和分类，对实际问题抽象为数学问题，建立数学模型；能运用相关的数学方法解决问题并加以验证，能运用数学语言正确地表述和说明。

---

5. 创新能力：能选择有效的教学方法和手段，对教学信息、情境进行分析；综合运用所学的数学知识、思想和方法，进行独立的思考、探索、发现和研究，提出中学数学教学中的新问题，找到解决问题的途径、方法和手段，创造性地解决教学问题。

### 三、数学素养要求

1. 主动探寻并善于抓住数学问题的背景和本质的素养；
2. 熟练地准确、简明、规范的数学语言表达自己数学思想的素养；
3. 具有良好的科学态度和创新精神，合理的提出新思想、新概念、新方法的素养；
4. 对各种问题以“数学方式”的理性思维，从多角度探寻解决问题方法的素养；
5. 善于对现实世界中的现象和过程进行合理的简化和量化，建立数学模型的素养。

### 四、技能要求

掌握中学数学知识相关的基础理论知识和教育学、心理学及现代教育技术的基础理论知识，并能运用这些理论知识分析教材、设计教学方案。

## III. 考试范围与要求

中学数学科目考试的范围主要涉及到三个部分：中学数学教学内容、高等数学内容、数学教材教法内容。三个部分在试卷中的总体比例为：中学数学教学内容约占 40%、高等数学相关内容约占 30%、中学数学教材教法内容约占 30%，具体要求如下：

### 一、中学数学教学内容

#### （一）初中数学教学内容

##### 1. 数与代数

1) 了解数与代数的发展简史，理解有理数、实数、代数式、整式、分式等概念，掌握相应的运算性质与法则。

2) 理解方程与不等式的概念，掌握方程与不等式的同解原理，会解一元一次方程（组）或不等式（组）、二元一次方程或不等式。

3) 了解函数概念的发展历史，掌握函数的有关概念，会求函数解析式、定义域、值域，理解一次函数（含正比例函数）、反比例函数、二次函数的概念、图像与性质，并能够综合利用函数知识解决实际问题。

##### 2. 空间与图形

1) 了解点、线、面、角、距离、面积、体积等概念，掌握各种常见平面图形（如三角形、平行四边形、圆等）和空间几何体（如圆柱、圆锥、圆台、球）的面积（表面积）以及体积计算公式与应用。

2) 了解尺规作图、视图与投影的原理，理解图形的轴对称、中心对称、图形平移、图形旋转、图形相似等变换的基本性质与应用。

3) 了解证明与推理的涵义，掌握平面几何的推理与证明方法。

##### 3. 统计与概率

理解平均数、方差、频率、概率等统计量的概念，掌握统计图表的制作方法，体会用样本估计总体的思想。

##### 4. 课题学习

了解课题学习的价值与意义，掌握数学课题学习的组织方式与评价方式。

#### （二）高中数学教学内容

##### 1. 集合与简易逻辑

理解子集、交集、并集、补集、命题、充要条件等概念、有关术语和符号表示。理解集合之间的运算法则，会求集合的交、并、补运算。掌握四种命题之间的关系，以及充分、充要条件的

---

判断。

## 2. 函数

理解映射、函数、反函数等概念，掌握函数的基本性质（定义域、值域、单调性、奇偶性、周期性、有界性、最值等），理解基本初等函数的图形与性质之间的关系，掌握基本初等函数的性质与应用。

## 3. 三角函数

了解角、弧度制、任意角的三角函数、三角函数线等概念，掌握同角三角函数的基本关系式、诱导公式、两角和与差的正弦、余弦、二倍角、半角、积化和差、和差化积等三角公式的内在联系以及公式在求值、化简、证明中的应用。掌握正弦函数、余弦函数的图像、性质以及图像之间的变化规律，掌握正弦定理、余弦定理在解斜三角形中的应用。

## 4. 不等式

掌握不等式的基本性质，不等式的证明、不等式的解法，含绝对值不等式。利用基本不等式解决实际问题。

## 5. 数列

掌握等差数列、等比数列的概念、通项公式以及前  $n$  项和公式的推导以及应用。

## 6. 排列组合与二项式定理

了解排列、组合、排列数、组合数等概念。理解加法原理和乘法原理，掌握常见排列或组合问题的解决方法，掌握二项式定理以及二项展开式的性质以及应用。

## 7. 向量

了解向量的意义、几何表示以及向量运算的法则。掌握向量的加法与减法、数乘、向量的坐标表示、线段的定比分点、两点间的距离、向量平移的意义以及计算公式。利用向量解决立体几何的有关问题。

## 8. 复数

了解数系扩充的必要性，理解复数的概念、复数的运算以及复数与平面向量、三角函数的关系，掌握复数的加、减、乘、除、乘方、开方运算性质与法则。

## 9. 数学归纳法

了解数学归纳法的思想。掌握数学归纳法在证明与自然数有关命题中的运用。

## 10. 立体几何

了解空间几何体的有关概念，掌握线与线、线与面、面与面之间的各种位置关系、判定定理与性质定理及其应用，掌握空间各种角、距离、面积(侧面积、表面积)、体积的计算公式。

## 11. 解析几何

掌握曲线与方程的概念。掌握坐标法解决问题的基本思想，理解直线与圆的位置关系，理解椭圆、双曲线、抛物线之间的内在联系。掌握直线与圆的各种方程的求法，掌握椭圆、双曲线、抛物线的定义以及标准方程、几何性质。

## 二、高等数学相关内容

1. 掌握极限、连续、导数、偏导数、微分、积分等基本概念。理解微积分的基本思想，掌握求导法则，能够从数学分析的观点、原理与方法，解决一些中学数学中的无法深究的问题。掌握一元微分学在研究函数图像与性质的具体应用，掌握一元积分学在求平面图形面积、平面曲线的弧长、几何体的体积中的应用。掌握多元函数偏导数、极值及应用。

2. 了解线性代数的基本内容，掌握行列式、矩阵、向量空间的有关概念与意义。理解行列式的性质、矩阵的性质以及向量间的线性关系。掌握一般线性方程组解的结构与解法。

3. 了解空间直角坐标系。理解空间曲线与方程的概念。掌握空间直线、空间平面的方程及其关系。

---

4. 了解组合数学的基本内容。掌握相异元素允许重复的排列与组合、不尽相异元素的排列与组合问题的解法。理解抽屉原理以及应用。

5. 掌握数列的差分、数列的母函数等概念，应用差分法与母函数法求一些数列的前  $n$  项和，掌握线性递归数列的概念以及通项公式的求法。

6. 了解方程与不等式的同解原理。掌握一元代数方程（特殊类型）的解法，掌握初等超越方程的解法。理解算术平均与几何平均不等式、白努利不等式、柯西不等式以及应用。掌握凸函数定理与排序定理在证明不等式中的应用。

### 三、数学教材教法内容

1. 了解中学数学教材教法的内容，理解中学数学教材教法的学科特点，掌握中学数学教材教法的重要意义以及中学数学教材教法研究的基本方法。

2. 了解确定中学数学教学目的的主要依据。掌握普通高中数学课程的总目标与具体目标。理解普通高中数学课程的基本理念。

3. 了解中学数学教材内容安排体系应符合的标准。掌握浙教版初中数学教科书的内容体系，以及各章节的教学内容。理解普通高中数学课程标准所确立的高中数学课程框架，掌握必修模块中数学 1、数学 2、数学 3、数学 4、数学 5 中的数学内容。

4. 了解中学数学教学的基本方法：讲授法、讨论法、发现法。掌握中学数学教学的基本原则：严谨性与量力性相结合的原则、抽象与具体相结合的原则、理论与实践相结合的原则、发展与巩固相结合的原则。

5. 了解数学基础知识教学和基本能力培养的重要意义。掌握数学概念、数学命题、数学思想方法教学的一般要求与教学途径。理解培养学生独立思考能力、运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力以及创新思维能力与实践能力的重要作用与基本途径。

6. 了解中学数学教学工作。掌握备课、上课、说课、评课的基本要求。理解学生数学学习评价的内容与方法。掌握现代信息技术在数学教学中的作用。

### IV. 考试形式与试卷结构

考试采用闭卷、笔试形式。考试时间为 150 分钟。全卷满分为 100 分。试卷包括选择题、填空题、解答题、论述题、材料分析题或案例设计题等题型。全试卷共 22 题，其中选择题是四选一型的单项题；填空题只要求直接写出结果，不必写出计算过程或推证过程；解答题含简答题、计算题、证明题或应用题，解答应写出文字说明、演算步骤和推证过程；论述题、材料分析题或案例设计题等应明确表明观点、逻辑清晰、证据恰当、有理有据。

各题型赋分和比例如下：选择题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分；填空题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分；解答题共 5 小题，共 30 分；论述题、材料分析题或案例设计题共 2 小题，共 20 分。试卷中的容易题，中等题，难题分值的比例约 3：5：2。

题型示例

(实考题型、题分可能变化, 以实考为准)

一、选择题: 在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

(1) 设  $a$  是实数, 且  $\frac{a}{1+i} + \frac{1+i}{2}$  是实数, 则  $a =$  ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C.  $\frac{3}{2}$       D. 2

(2) 已知向量  $\mathbf{a} = (-5, 6)$ ,  $\mathbf{b} = (6, 5)$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  ( )

- A. 垂直      B. 不垂直也不平行      C. 平行且同向      D. 平行且反向

(3) 已知双曲线的离心率为 2, 焦点是  $(-4, 0)$ ,  $(4, 0)$ , 则双曲线方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$       B.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$       C.  $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$       D.  $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{10} = 1$

(4) 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 集合  $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$ , 则  $b-a =$  ( )

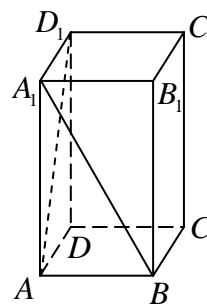
- A. 1      B. -1      C. 2      D. -2

(5) 下面给出的四个点中, 到直线  $x-y+1=0$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且位于  $\begin{cases} x+y-1 < 0, \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$  表示的平面区域内的点是 ( )

- A. (1,1)      B. (-1,1)      C. (-1,-1)      D. (1,-1)

(6) 如图, 正四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = 2AB$ , 则异面直线  $A_1B$  与  $AD_1$  所成角的余弦值为 ( )

- A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$



(7) 设  $a > 1$ , 函数  $f(x) = \log_a x$  在区间  $[a, 2a]$  上的最大值与最小值之差为  $\frac{1}{2}$ , 则  $a =$  ( )

- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $2\sqrt{2}$       D. 4

(8)  $f(x)$ ,  $g(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数,  $h(x) = f(x) + g(x)$ , 则 “ $f(x)$ ,  $g(x)$  均为偶函数” 是 “ $h(x)$  为偶函数” 的 ( )

- A. 充要条件      B. 充分而不必要的条件

- C. 必要而不充分的条件      D. 既不充分也不必要的条件

(9)  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$  的展开式中, 常数项为 15, 则  $n =$  (      )

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

(10) 抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 经过  $F$  且斜率为  $\sqrt{3}$  的直线与抛物线在  $x$  轴上方的部分相交于点  $A$ ,  $AK \perp l$ , 垂足为  $K$ , 则  $\triangle AKF$  的面积是 (      )

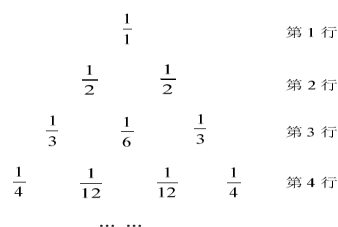
- A. 4      B.  $3\sqrt{3}$       C.  $4\sqrt{3}$       D. 8

## 二、填空题: 把答案直接填在横线上.

(11) 高中数学课程的总目标是: 使学生在\_\_\_\_\_的基础上, 进一步提高作为未来公民所必要的\_\_\_\_\_ , 以满足个人发展与社会进步的需要。

(12) 函数  $y = \ln(1+x)$  的  $n$  阶导数是\_\_\_\_\_。

(13) 将杨辉三角中的每一个数都换成分数, 得到一个如右图所示的分数三角形, 称莱布尼茨三角形. 若用有序实数对  $(m, n)$  表示第  $m$  行, 从左到右第  $n$  个数, 如  $(4, 3)$  表示分数  $\frac{1}{12}$ . 那么  $(9, 2)$  表示的分数是\_\_\_\_\_。



(14) 与两平面  $x - 4z = 3$  和  $2x - y - 5z = 1$  的交线平行且过点  $(-3, 2, 5)$  的直线方程是: \_\_\_\_\_。

(15) 从 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 中每次取出四个数码, 可以组成不同的四位数有\_\_\_\_\_个。

## 三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(16) 简要回答备课的基本要求。

(17) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) - \ln(1+\sin^2 x)}{x \sin^3 x}$

(18) 已知  $a_1 = 0, a_2 = 4, a_{n+2} = 2a_{n+1} - 2a_n, n = 1, 2, 3, \dots$ , 求  $a_n$ 。

(19) 假定通过观测或实验得到如下一组数据 (即列表函数):

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_k$	0	1	2	3	4	5	6	7
$y_k$	1.4	1.3	1.4	1.1	1.3	1.8	1.6	2.3

我们的目的是用一尽量简单的式子表出这些数据间的关系。

(1) 那么我们该如何做? 请写出你选择方法的理由。

(2) 能否推广到一般情形?

(20) 问题: 有一堆谷粒 (设如 100 粒) 甲、乙轮流抓, 每次可抓 1~5 粒。甲先抓, 规定谁抓到最后一把谁赢。问: 甲是否有必胜策略? 甲应该如何抓才能赢? 为什么?

**四、论述题、材料分析题或案例设计题：论述、分析或设计等应明确表明观点、逻辑清晰、证据恰当、有理有据。**

(21) 什么是数学思想方法？在中学数学教学中如何渗透数学思想方法？

(22) 以“抛物线及其标准方程”为内容撰写一份说课稿。

## 参考答案

### 一、选择题

- (1) B      (2) A      (3) A      (4) C      (5) C  
 (6) D      (7) D      (8) B      (9) D      (10) C

### 二、填空题

(11) 九年义务教育数学课程，数学素养

$$(12) (-1)^{n-1} \frac{1}{(n-1)!(1+x)^n}$$

$$(13) \frac{1}{72}$$

$$(14) \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{1}$$

(15) 175

### 三、解答题

(16) 备课的基本要求：1) 钻研教材：弄清教材的基本要求，明确教材的系统，掌握教材的重点、难点和关键，备好习题。2) 了解学生：了解学生掌握数学基础知识和具备的能力，了解学生的思想状况和思维特点。3) 确立教学目标：知识与技能，过程与方法，情感态度与价值观。4) 选择和组织教学内容：突出重点，突破难点，抓住关键。5) 考虑教学方法：各种方法的有机结合，现代信息技术的运用等。6) 评价教学效果：把过程性评价与结果性评价相结合。

$$\begin{aligned} (17) \text{ 解: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) - \ln(1+\sin^2 x)}{x \sin^3 x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left( \frac{1+x^2}{1+\sin^2 x} \right)}{x \sin^3 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left( 1 + \frac{x^2 - \sin^2 x}{1 + \sin^2 x} \right)}{x \sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2 - \sin^2 x}{1 + \sin^2 x}}{x \sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \sin^2 x} \cdot \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x} \cdot \frac{x - \sin x}{x^3} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(18) 解 特征方程  $x^2 = 2x - 2$  有两个相异的根  $x_1 = 1+i, x_2 = 1-i$ ，所以，通项公式为

$$a_n = c_1(1+i)^n + c_2(1-i)^n$$

代入前两项的值，得

$$\begin{cases} (1+i)c_1 + (1-i)c_2 = 0, \\ ic_1 - ic_2 = 2. \end{cases}$$

解得

$$c_1 = -1-i, c_2 = -1+i.$$

$$\therefore a_n = -(1+i)^{n+1} - (1-i)^{n+1} = -2^{\frac{n+3}{2}} \cos \frac{n+1}{4} \pi.$$

(19) 解 (1) 分析数据看出，这些点差不多分布在一条直线上，因此自然想到用一次函数  $y = ax + b$  表示它们之间的关系。这就须确定参数  $a$  和  $b$  的值。这实际上是多余观测问题，用插值法不能确定出  $a$  和  $b$  的值。待定参数的确定归结为矛盾方程组的求解问题。

假定有某方法可以定出  $a$  和  $b$ ，则按  $y = a + bx$ ，给出一个  $x$  便可以算出一个  $y$ 。我们记

$$\overline{y}_k = a + bx \quad (k = 1, \dots, 8).$$

$\overline{y}_k$  称为  $y_k$  的估计值，显然它们不会是完全相同的，它们之间的差（通常称为残差）

$$\varepsilon_k = y_k - \overline{y}_k \quad (k = 1, \dots, 8)$$

无疑是衡量被确定的参数  $a$  和  $b$ （也就是近似多项式  $y = ax + b$ ）好坏的重要标志。

可以规定许多原则来确定参数  $a, b$ 。例如

(1) 参数的确定，将使残差绝对值中最大的一个达到最小，即

$$T = \max_k |\varepsilon_k| \text{ 为最小；}$$

(2) 参数的确定，将使残差绝对值之和达到最小，即  $\sum_k |\varepsilon_k|$  为最小；

(3) 参数的确定，将使残差的平方和达到最小，即  $\sum \varepsilon_k^2$  为最小。

(1) 和 (2) 两个原则是很直观的，也很理想，但很不好用；而原则 (3) 既直观又很好用。按原则 (3) 确定待定参数，从而得到近似多项式的方法。这一方法的理论根据是，概率理论已证明，只有这样的原则才能使得观测或实验的偶然误差对于所作的近似多项式有最小的影响。

回到所提出的问题上，确定参数  $a, b$ ，应使

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^s (y_i - (a + b_i))^2$$

取最小值。因此，



$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^8 (y_i - (a + b_i)) = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^8 (y_i - (a + b_i)) x_i = 0.$$

由此解得  $a = 1.142, b = 0.110$ , 从而得近似多项式  $p_1(x) = 1.142 + 0.110x$ .

(2) 更为一般的情形。设已知列表函数  $y_i = f(x_i) (i = 0, 1, \dots, m)$ , 并且我们想用一個通常的

$$n (< m) \text{ 次多项式 } p_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (1.1)$$

去近似它。问题是应该如何选择  $a_0, a_1, \dots, a_n$  使  $p_n(x)$  能较好地近似列表函数  $f(x)$ 。按最小二乘法,

应该选择  $a_0, a_1, \dots, a_n$  使得

$$S(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=0}^m (f(x_i) - p_n(x_i))^2$$

取最小。

(20) 解 下面分“将问题一般化”、“将问题特殊化”、“猜测规律”、“证明规律”四个步骤来解决“抓堆”问题。

第一步, 将问题一般化。

原问题中是有“100粒”谷粒, 现在把它一般化为“ $n$ 粒”谷粒, 问题变成: 有一堆谷粒为  $n$  粒, 甲、乙轮流抓, 每次可抓  $1 \sim 5$  粒。甲先抓, 规定谁抓到最后一把谁赢。问: 甲应该如何抓才能赢? 为什么? 只要解决了这个一般化的问题, 原来的问题当然也就解决了。

第二步, 将问题特殊化。

现在把已经一般化了的问题中的  $n$  再特殊化, 分别看看有什么结论。

$n=1, 2, 3, 4, 5$  时, 因为甲先抓, 且每次可抓  $1 \sim 5$ , 甲当然一把就抓完了, 甲赢。

$n=6$  时, 情况不一样了。因为甲先抓, 且每次只可抓  $1 \sim 5$  粒, “一把”是无论如何抓不完的, 而剩下的谷粒将被乙一把抓完, 也就是乙抓到了最后一把, 所以乙赢。

$n=7$  时, 甲先抓, 可以抓 1 粒, 剩下 6 粒让乙抓, 根据上面的推理,  $n=6$  时是后抓者赢, 所以甲赢。

$n=8$  时, 甲先抓, 可以抓 2 粒, 剩下 6 粒让乙抓, 根据上面的推理,  $n=6$  时是后抓者赢, 所以甲赢。

类似地,  $n=9$  时, 甲赢。  $n=10$  时, 甲赢。  $n=11$  时, 甲赢。

$n=12$  时, 情况又不一样了。因为甲先抓, 且每次只可抓  $1 \sim 5$  粒; 会得到“乙赢”的结论。通过推理, 顺延正确的结论

第三步, 猜测规律。

从上面许多的特殊情况中, 可猜测出规律“谷粒数是 6 的倍数时, 后抓者赢”或者用一种“反面说法”, 说成“把 6 的倍数留给乙方, 甲会赢”。

第四步, 用数学归纳法证明规律“把 6 的倍数留给乙方, 甲会赢”。

---

通过以上四个步骤，我们对“一般化”的问题找到了规律，并证明了规律。再反观原来“有100粒谷粒”的问题，就知道甲有必胜策略。甲应该抓4粒，留下96粒给乙方；由于96是6的倍数，按照我们证明的规律“把6的倍数留给乙方，甲会赢”，知道这样抓甲会赢。

#### 四、论述题、材料分析题或案例设计题

(21) 数学思想方法既是数学思想，也是数学方法。同一数学成就，当用它去解决别的问题时，就称之为方法，当评价它在数学体系中的自身价值和意义时，称之为思想。与数学知识、数学命题相比较，数学思想方法是数学知识在更高层次上的抽象与概括，蕴含于数学知识的发生、发展和应用的过程之中，是在认识活动中被反复使用，带有普遍指导意义的各种方式以及策略等。

中学数学教学内容蕴含着丰富的数学思想方法，如函数与方程的思想方法、数形结合的思想方法等。数学思想方法的教学通常有两种基本途径：第一，在数学知识的教学过程中归纳、提炼数学思想方法；第二，在数学问题的解决过程中使用数学思想方法。

数学思想方法的教学应该注意两点：第一，数学思想方法的教学应该以渗透为主要特征；第二，数学思想方法的渗透应该注重长期性和反复性。

(22) 说教材；说学情；说教学方法；说教学过程；说教学评价。